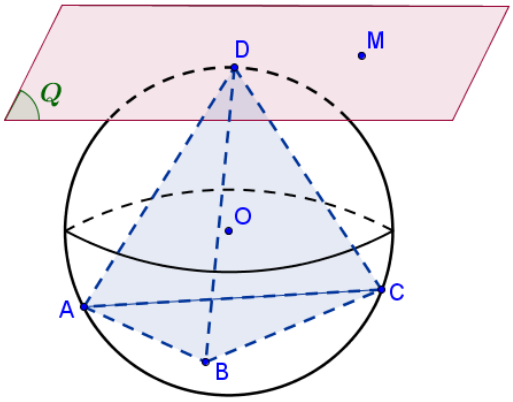
2) Soit la sphère S d'équation $x^2+y^2+z^2=5$.

a) Vérifier que *A*, *B* et *C* sont des points de la sphère S.

b) Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.



3) Soit le point *D* de coordonnées $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$.

On désigne par Q le plan passant par *D* et parallèle au plan P.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b) Montrer que Q est tangent à la sphère S au point *D*.

4) Soit *M*(*x*, *y*, *z*) un point de l'espace n'appartenant pas à P.

a) Calculer $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\bullet\overrightarrow{AM}$.

b) Montrer que le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre *MABC* est égal à $\frac{|x+y+z-3|}{3}$

c) En déduire que pour tout point *M* du plan Q ; $\mathcal{V}=\sqrt{\frac{5}{3}}-1$.

EXERCICE N°4 : 5 points

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\ln(x)}{x(1+\ln^2 x)}$

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\ln^3(x)+\ln^2(x)+\ln(x)-1$

a) Prouver que g est strictement croissante sur $]0,+\infty[$.

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α et que $\alpha\in]1{,}6;1{,}8[$

c) Préciser le signe de $g(x)$ pour tout $x\in]0,+\infty[$

2) a) Montrer que pout tout $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2(1+\ln^2 x)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f et tracer la courbe C_f

c) On désigne par A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f et les droites $x=1$, $x=e$ et $y=0$

Prouver que $A=\frac{\ln 2}{2}$(u.a) .

3) Pour tout $n\in IN$, on pose $U_n=\int_1^e\frac{\ln^{2n+1}(t)}{t(1+\ln^2(t))}dt$

a) Montrer que pour tout $n\in IN$, $U_n\geq 0$

b) Montrer que (U_n) est monotone, en déduire que (U_n) est convergente.

c) Montrer que pour tout $n\in IN$, $U_n+U_{n+1}=\frac{1}{2n+2}$, en déduire U_1.

d) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn